

Probabilități

Problema 1: Adunarea probabilităților

Fie A evenimentul ca o persoană să prezinte o tensiune arterială diastolică normală ($TAD \leq 90$ mmHg) și B evenimentul ca o persoană să prezinte tensiune arterială diastolică de graniță ($90 \text{ mmHg} < DBP \leq 95$ mmHg). Știm că $Pr(A) = 0.7$ și $Pr(B) = 0.1$.

Fie C evenimentul ca o persoană să prezinte tensiune arterială diastolică < 95 mmHg. Calculați $Pr(C)$. Atenție! Evenimentele A și B sunt mutual exclusive.

Problema 2: Înmulțirea probabilităților

Să presupunem că s-a realizat un studiu pentru a identifica hipertensiunea arterială diastolică în familiile din Cluj-Napoca. Întrebarea de interes este dacă într-o familie mama SAU tata are hipertensiune arterială diastolică ($TAD \geq 95$ mmHg) descrisă de evenimentele: $A = \{\text{mama are } TAD \geq 95 \text{ mmHg}\}$ și $B = \{\text{tata are } TAD \geq 95 \text{ mmHg}\}$.

Se cunoaște din cercetări anterioare că șansa ca mama să prezinte hipertensiune diastolică este de 10% iar șansa ca tata să prezinte hipertensiune diastolică este de 20%. Care este probabilitatea ca mama sau tata să aibă tensiune arterială diastolică mai mare sau egală cu 95 mmHg?

Atenție! Cele două evenimente sunt independente una față de cealaltă.

- Pentru evenimente independente: $Pr(A \cap B) = Pr(A) \times Pr(B)$

Problema 3: Regula generală de adunare a probabilităților (evenimentele nu sunt mutual exclusive)

Fie A evenimentul ca primul născut într-o familie cu 2 copii să prezinte o boală genetică și B evenimentul ca cel de-al doilea copil să prezinte aceeași boală genetică. Se cunoaște din literatura de specialitate că probabilitatea bolii genetice de interes este de 0.25 pentru primul născut și 0.10 pentru cel de-al doilea născut în aceeași familie. Care este probabilitatea ca ambii copii din familie să prezinte boala genetică de interes dacă cele două evenimente sunt independente?

$$Pr(C) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$$

$$Pr(A \cap B) = Pr(A) \times Pr(B)$$

Problema 4: Distribuția binomială

Se intenționează a se realiza un studiu pentru a evalua schizofrenia la femeile între 50 și 59 de ani din Zlatna. Numărul de cazuri de schizofrenie care îndeplinesc condițiile este de 3 iar numărul de martori eligibili este de 6.

1. Determinați valoarea $6!$
2. Care este probabilitatea ca din șase persoane de sex feminin cu vârsta cuprinsă între 50 și 59 ani extrase la întâmplare 3 să fie cu schizofrenie?

Problema 6: Variabile Aleatoare Discrete

Fie X variabila aleatoare ce reprezintă numărul de episoade de gripă în primul an de colectivitate (creșă sau grădiniță). Distribuția de probabilitate este:

$$X : \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 & 9 & 10 & 14 & 18 \\ 0.11 & 0.07 & 0.13 & 0.28 & 0.18 & 0.05 & 0.12 & 0.06 \end{pmatrix}$$

1. Care este probabilitatea ca un copil să prezinte 4 episoade de gripă?
2. Care este probabilitatea ca un copil să prezinte între 7 și 9 episoade de gripă?
3. Calculați media și variația pentru această variabilă aleatoare.

Problema 7: Probabilități condiționate

Fie evenimentele $A = \{\text{persoană cu TBC}\}$ și $B = \{\text{persoană cu testul cutanat la tuberculină pozitiv}\}$. O persoană din 1000 cu testul cutanat la tuberculină negativ prezintă TBC ($\Pr(B|\text{non}A) = 0.001$). O persoană din 100 cu testul cutanat la tuberculină nu prezintă TBC ($\Pr(B|A) = 0.01$). Calculați riscul relativ ca o persoană cu testul cutanat la tuberculină pozitiv să prezinte TBC.

Formula de calcul al riscului relativ este:

$$RR = \frac{\Pr(B|A)}{\Pr(B|\text{non}A)}$$

Problema 8: Probabilități condiționate

O companie farmaceutică a realizat un nou test de identificare a unei sarcini. Compania a testat noul produs pe 150 femei însărcinate; la 130 din acestea testul a fost pozitiv. Același test a fost aplicat la 150 femei care nu erau însărcinate; 145 dintre acestea au avut testul negativ.

Calculați: sensibilitatea, specificitatea, valoarea predictivă pozitivă, valoarea predictivă negativă, rata falșilor pozitivi și rata falșilor negativi.